論　文

不変量の利用に関する考察とそれに基づく照明不変な画像差分処理

太田　直哉[†]

Illumination invariant image differentiation based on a consideration to processes using invariants

Naoya OHTA[†]

あらまし　本論文では，コンピュータビジョンにおける不変量の利用のされ方の考察から，そのような問題は変換を規定するパラメータを決定する問題と見なせ，それによりデータに含まれるノイズの扱いが容易になることを指摘すると共に，この考えに基づいて照明に不変な画像差分処理を構築する．まず撮像過程のモデルを仮定し，照明の強度比をパラメータとして持つような変換を求める．画像差分の処理は，ノイズを含む画素値からこのパラメータを最適に推定する処理として行われ，そのときに生じた残差を用いた統計的検定として画像の差異が判定が行われる．実験により，本論文で用いた撮像過程のモデルの正当性と，提案する差分処理の有効性を検証する．

キーワード　照明不変量，画像差分，背景差分，統計検定，誤差解析

1. まえがき

画像を用いた駐車場の車両の検出や立ち入り禁止区域への侵入者検出などにおいて，検出すべき物体が存在しない画像 (背景画像) を記録しておき，入力画像とその画像との差分を計算することによって，駐車車両や侵入者を検出する処理が行われる [8]．この手法は背景差分処理と呼ばれるが，理想的な背景画像が得られれば，単純な処理で良い結果が期待できる．しかし，実際には時間の経過とともに環境の照明条件が変化し，背景も変化するので，理想的な背景画像を長時間にわたって保持しておくのは困難な問題である．照明の変化に追従して背景画像を適時更新する研究も行われているが，どのような輝度値の変化を照明の変化と判定するかは難しい [2]．一方，この問題に対してエッジやその方向などの照明に影響され難い画像特徴を利用するアプローチがある [9]．入力画像と背景画像からこのような画像特徴を抽出し，それによって両者を比較すれば照明の変化に影響されない結果が得られると期待され，実際，背景を更新するよりは安定な結果が得られる．

このような画像特徴を用いて背景差分を行う処理をより一般的な視点から見れば，照明に対する不変量によって二つの画像を比較することである．この不変量を用いるという考え方は，背景差分処理ばかりでなく，たとえば撮影時期の異なる航空写真から建造物の変化を検出する処理 [10] や，照明色が変化する環境下での物体検出など，照明の影響を受けない処理をする場合 [1] の基本となる．しかし，このような不変量を用いた処理で問題になることは，これらの量が一般に画像から計測される量の比で定義されるため，画像に含まれるノイズに敏感になる場合があることである．したがって，安定した処理結果を得るためには，ノイズが不変量に及ぼす影響を適切に評価して処理を構成しなければならない．この問題は照明に対する不変量ばかりでなく，物体の 3 次元形状に関する不変量など，コンピュータビジョンにおける不変量一般に言えることである [7]．

ノイズの不変量に対する影響を定量的に評価する一つの方法は，不変量の感度解析を行うことである．具体的には，画像に適当な誤差を仮定して，それによる不変量の変動を計算し，その大きさを分散などよって評価する．この評価量を適切に考慮して目的の処理を構成すれば，安定した結果が得られる．しかし，このような感度解析は，不変量が画像の簡単な関数で表される場合には容易に実行できるが，複雑な不変量の場合には困難になる場合も多い．そこで，本論文ではこれとは異なったアプローチを採ることとする．

ここで，実際の処理で不変量がどのように利用される

[†] 群馬大学 工学部 情報工学科，桐生市
Department of Computer Science, Gunma University, Kiryu, 376-8515 Japan

かを考えると，基準となる画像から得られた不変量と入力画像から得られた量との差異が計算され，利用されることが分かる．この不変量の差異を計算するという処理を別の視点から見ると，二つの画像での計測量を結びつける変換のパラメータを計算していると見なすことができる．この視点に立つと，ここでの問題はノイズを含んだデータからのパラメータ推定の問題として定式化でき，問題をより自然な形で扱えると考えられる．本論文ではこの視点から照明に関する不変量を考察し，照明の変化に影響されない背景差分処理を構築する．

以下，不変量を用いた処理をパラメータの推定問題と見なす視点ついて述べた後，撮像過程のモデルを考察し，照明に影響されない背景差分処理を構築する．次に撮像過程のモデルの正しさを実験により検証すると共に，そのモデルに含まれるパラメータを決定する．最後に提案の手法の有効性を実験で実証する．

2. 不変量を用いた処理に関する考察

不変量という言葉は技術分野によっていくつかの意味で用いられるが，その定義の一つは以下のものである [3], [7]．ベクトル $\boldsymbol{p}$ とそれに作用する変換群 F があり，ベクトル $\boldsymbol{p}$ の集合 $\{\boldsymbol{p}_i\}(i = 1, \ldots, n)$ の全体を定義域とする関数 $\eta(\{\boldsymbol{p}_i\})$ があるとする．変換群 F に属する任意の変換 f によって $\{\boldsymbol{p}_i\}$ が変換された集合を $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ とするとき，この集合に対する関数 η の値 $\eta(\{\boldsymbol{p}'_i\})$ が変換前の値 $\eta(\{\boldsymbol{p}_i\})$ と同じであるとき，η を (絶対) 不変量と呼ぶ．このような不変量を求める一つの技法は，集合 $\{\boldsymbol{p}_i\}$ に対して標準形を定義し，それに変換するものである．この過程を示したのが図1(a) である．集合 $\{\boldsymbol{p}_i\}$ が F に属するある変換 f_1 によって変換されて $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ が得られたとする．そのとき，集合 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ のいくつかの点を用いてそれらを標準形に直す変換 $\tilde{f}_1$ を決定し，標準形 $\{\tilde{\boldsymbol{p}}'_i\}$ を得る．この標準形に対して定義された全ての関数 $\eta(\{\tilde{\boldsymbol{p}}'_i\})$ は不変量になる．なお，この過程の具体例は照明に関する不変量を用いて次節で示す．さて，元の集合 $\{\boldsymbol{p}_i\}$ が F に属する未知の変換 f_2 によって変換されて $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ が得られたとする．先ほどと同様の手順によって $\tilde{f}_2$ を決定し，標準形 $\{\tilde{\boldsymbol{p}}''_i\}$ を得たとき，これは $\{\tilde{\boldsymbol{p}}'_i\}$ と一致し，それから計算される不変量 $\eta(\{\tilde{\boldsymbol{p}}''_i\})$ も $\eta(\{\tilde{\boldsymbol{p}}'_i\})$ と同じ値をとる．しかし元となる集合 $\{\boldsymbol{p}_i\}$ が $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ と $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ で異なる場合にはこれらは一致せず，このことより不変量を用いた判定が可能になる．

さて，ここで集合 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ から $\tilde{f}_1$，集合 $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ から $\tilde{f}_2$ を決定し，それらによる変換の結果 $\{\tilde{\boldsymbol{p}}'_i\}$ および $\{\tilde{\boldsymbol{p}}''_i\}$ を比較するという過程を考えると，図1(b) に示すように，集合 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ から $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ への変換 $\tilde{f} = \tilde{f}_1\tilde{f}_2^{-1}$ を求めているのと等価であると考えられる．いま変換群 F がパラメータ α を持つ関数 $f(\,\cdot\,;\alpha)$ によって表されるとすると，この過程は集合 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ から $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ への変換を与えるようなパラメータ α を決定することである．そこで，図1(c) に示すように，計測値の集合 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ および $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ にノイズが含まれている場合を考える．ノイズが加わる前の値を $\{\bar{\boldsymbol{p}}'_i\}$ および $\{\bar{\boldsymbol{p}}''_i\}$ とすると，それらにノイズ $\boldsymbol{n}$ が加わって計測値 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ および $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ が得られるが，図1(d) に示すように，$\{\bar{\boldsymbol{p}}'_i\}$ と $\{\bar{\boldsymbol{p}}''_i\}$ には特定のパラメータ $\bar{\alpha}$ によって規定された変換 $f(\,\cdot\,;\bar{\alpha})$ による関係がある．この状況の下で，先に述べた不変量を用いた判定と同等の処理はノイズを含んだ観測値 $\{\boldsymbol{p}'_i\}$ および $\{\boldsymbol{p}''_i\}$ から変換 $f(\,\cdot\,;\bar{\alpha})$ を規定するパラメータ $\bar{\alpha}$ を推定し，その推定が妥当かどうかを判定することである．このように，ノイズを考慮した場合の不変量を用いた判定は統計的パラメータ推定の問題として定式化でき，さらに結果の判定も統計的な取扱が可能となる．これらの問題は金谷が示した枠組 [4], [5] によって適切に扱うことができる．本論文はこのような定式化を提案し，照明に対する不変量を用いた判定に適用するものである．

$$\{\boldsymbol{p}_i\} \begin{array}{l} — f_1 \rightarrow \{\boldsymbol{p}'_i\} — \tilde{f}_1 \rightarrow \{\tilde{\boldsymbol{p}}'_i\} \\ — f_2 \rightarrow \{\boldsymbol{p}''_i\} — \tilde{f}_2 \rightarrow \{\tilde{\boldsymbol{p}}''_i\} \end{array}$$

(a)

$$\{\boldsymbol{p}'_i\} — \tilde{f} = \tilde{f}_1\tilde{f}_2^{-1} \rightarrow \{\boldsymbol{p}''_i\}$$

(b)

$$\{\boldsymbol{p}_i\} \begin{array}{l} — f_1 \rightarrow \{\bar{\boldsymbol{p}}'_i\} — +\boldsymbol{n} \rightarrow \{\boldsymbol{p}'_i\} \\ — f_2 \rightarrow \{\bar{\boldsymbol{p}}''_i\} — +\boldsymbol{n} \rightarrow \{\boldsymbol{p}''_i\} \end{array}$$

(c)

$$\{\bar{\boldsymbol{p}}'_i\} — f(\{\bar{\boldsymbol{p}}'_i\};\alpha) \rightarrow \{\bar{\boldsymbol{p}}''_i\}$$

(d)

図 1　ベクトルの変換関係
Fig. 1　Relations between transformed vectors.

3. 照明に不変な画像比較

さて，前節で述べたの考えを照明に不変な画像比較に応用するため，ここで画像の撮像過程をモデル化する．物体表面の反射率を p，照明の強さを α，バイアスを β として，画像の画素値 q は次式で与えられるものとす

る．なお，バイアスを β は既知の定数とする．

$$q = \alpha p + \beta \tag{1}$$

このモデルが実際のカメラの撮像過程をどの程度良く表しているかは，バイアスを β の測定と共に，後ほど実験で検証する．さて，先に述べた不変量の枠組に合わせるために

$$p' = q - \beta \tag{2}$$

と置き，式(1) を

$$p' = f(p;\alpha) = \alpha p \tag{3}$$

で表すと，式(3) が変換群 F を規定していることになる(注1)．すなわち，前述のベクトル $\boldsymbol{p}$ はこの場合スカラー p であり，α によってパラメータ化された関数 f 全体が変換群 F となる．

次にまず，比較のために前節で述べた考え方にしたがって不変量を導出する．前節の定義によれば，不変量はスカラー p の集合 $\{p_i\}$ から計算される量 η でパラメータ α によって変化しないものである．これを求めるためには $\{p'_i\}$ のいくつかの点を用いてそれらを標準形に直す変換を決定し，残りの点にその変換を適用すれば良い(注2)．ここで，関数 f の持つパラメータは一つであり，一つの点から標準形に直す変換が決定されるので，二つの点を用いて不変量が構成できる．

$$p'_1 \;=\; q_1 - \beta \;=\; \alpha p_1 \tag{4}$$
$$p'_2 \;=\; q_2 - \beta \;=\; \alpha p_2 \tag{5}$$

式(4) を用いて p'_1 を 1 に移すような変換 $\tilde{f}_1$ を求めれば，

$$\tilde{f}_1(p) = f(p;1/p'_1) = \frac{p}{p'_1} \tag{6}$$

となるので，この変換を式(5) の p'_2 に対して施せば不変量 η が次式のように得られる．

$$\eta(p'_1,p'_2) = \frac{p'_2}{p'_1} = \frac{q_2-\beta}{q_1-\beta} = \frac{p_2}{p_1} \tag{7}$$

すなわち，画像の撮像過程を式(1) でモデル化した場合，最も単純な不変量は上式のように 2 画素から計算される．これを用いた判定処理では，異なる画像から式(7) の η を計算し，その一致・不一致を判定することになる．

次に，問題をパラメータの推定問題として定式化する．二つの画像の比較すべき領域に対して，それに含まれるの画素の値を式 (2) で変換し計測値 p'_i および p''_i を得る．これらはノイズの加わっていない値 $\bar{p}'_i$ および $\bar{p}''_i$ とノイズ $\Delta p'_i$ および $\Delta p''_i$ を用いて以下のように表現できる．

$$p'_i \;=\; \bar{p}'_i + \Delta p'_i \tag{8}$$
$$p''_i \;=\; \bar{p}''_i + \Delta p''_i \tag{9}$$

ここで画像の領域に含まれる画素数を n とすれば，添字 i は 1 から n までの値をとることになる．また，ノイズ $\Delta p'_i$ および $\Delta p''_i$ は平均が 0 で，分散がそれぞれ σ'^2 および σ''^2 のガウスノイズであるとする．一方，p'_i と p''_i が同じ物体表面に対応しているとすると，それらの元となった反射率 p_i は同じであるので，以下の関係が成り立つ．

$$\bar{p}''_i = f(\bar{p}'_i;\bar{\alpha}) = \bar{\alpha}\bar{p}'_i \tag{10}$$

したがって，解くべき問題は計測値 $\{p'_i\}$ および $\{p''_i\}$ からパラメータ $\bar{\alpha}$ を推定し，その結果から，それらの計測値は同じ $\{p_i\}$ から生じたものであるかどうかを判定することである．次節でこの処理を具体的に述べる．

4. 変換パラメータの推定と統計的判定

まず最初にパラメータ $\bar{\alpha}$ の推定問題について考える．ここで p'_i と p''_i をまとめてベクトルを作り，以下のように定義する．

$$\boldsymbol{m}_i = \begin{pmatrix} p'_i \\ p''_i \end{pmatrix}, \quad \bar{\boldsymbol{m}}_i = \begin{pmatrix} \bar{p}'_i \\ \bar{p}''_i \end{pmatrix},$$
$$\Delta\boldsymbol{m}_i = \begin{pmatrix} \Delta p'_i \\ \Delta p''_i \end{pmatrix} \tag{11}$$

これらを用いて，式(8) および (9) は次式で表される．

$$\boldsymbol{m}_i = \bar{\boldsymbol{m}}_i + \Delta\boldsymbol{m}_i \tag{12}$$

さらに，ノイズベクトル $\Delta\boldsymbol{m}_i$ の共分散行列 $\boldsymbol{V}_m$ は以下となる．

$$\boldsymbol{V}_m = \begin{pmatrix} \sigma'^2 & 0 \\ 0 & \sigma''^2 \end{pmatrix} \tag{13}$$

(注1)：パラメータ α は 0 ではないとする．
(注2)：ここでの場合，変換 f が非常に簡単であるので，p'_i の比をとることによって不変量が構成できることは明らかであるが，説明のためにこの手順を踏む．

一方，パラメータベクトル $\bar{\boldsymbol{u}}$ を

$$\bar{\boldsymbol{u}} = \begin{pmatrix} \bar{\alpha} \\ -1 \end{pmatrix} \tag{14}$$

のように定義すると，式(10) の関係は次式で表される．

$$(\bar{\boldsymbol{u}}, \bar{\boldsymbol{m}}_i) = 0 \tag{15}$$

ここで $(\cdot,\cdot)$ はベクトルの内積を表す．以上の表記を用いて，計測値 $\{\boldsymbol{m}_i\}$ が得られる確率 $\mathrm{Pr}(\{\boldsymbol{m}_i\})$ は次式で定義される．

$$\mathrm{Pr}(\{\boldsymbol{m}_i\}) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\sqrt{|\boldsymbol{V}_m|}} \times \exp\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{m}_i - \bar{\boldsymbol{m}}_i, \boldsymbol{V}_m^{-1}(\boldsymbol{m}_i - \bar{\boldsymbol{m}}_i))\} \tag{16}$$

したがって，パラメータベクトル $\bar{\boldsymbol{u}}$ と真のデータベクトル $\bar{\boldsymbol{m}}_i$ の最尤推定量は，式(15) の関係を保った上で，次式の J_1 を最小化する値として定義される．

$$J_1 = \sum_{i}^{n} (\boldsymbol{m}_i - \bar{\boldsymbol{m}}_i, \boldsymbol{V}_m^{-1}(\boldsymbol{m}_i - \bar{\boldsymbol{m}}_i)) \tag{17}$$

いま $\bar{\boldsymbol{u}}$ を固定して考えると，この最小化問題は式(15) の条件の下での $\bar{\boldsymbol{m}}_i$ に関する最小化問題となるので，ラグランジュの未定乗数法によって解を求める．未定乗数法を λ_i として，次の量 K を定義する．

$$K = \sum_{i}^{n} \{(\boldsymbol{m}_i - \bar{\boldsymbol{m}}_i, \boldsymbol{V}_m^{-1}(\boldsymbol{m}_i - \bar{\boldsymbol{m}}_i)) + \lambda_i(\bar{\boldsymbol{u}}, \bar{\boldsymbol{m}}_i)\} \tag{18}$$

この量 K の $\bar{\boldsymbol{m}}_i$ および λ_i に関する微分が 0 であるという条件が，J_1 を最小化する $\bar{\boldsymbol{m}}_i$ の値を与える．

$$\bar{\boldsymbol{m}}_i = \boldsymbol{m}_i - \frac{\lambda_i}{2}\boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}} \tag{19}$$

$$\lambda_i = 2\frac{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{m}_i)}{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}})} \tag{20}$$

上式の $\bar{\boldsymbol{m}}_i$ を式(17) に代入することにより，$\bar{\boldsymbol{u}}$ のみの目的関数 J_2 が得られる．

$$J_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{m}_i)^2}{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}})} = \frac{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{M}\bar{\boldsymbol{u}})}{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}})} \tag{21}$$

ここで，行列 $\boldsymbol{M}$ は以下に示すモーメント行列である．

$$\boldsymbol{M} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{m}_i \boldsymbol{m}_i^{\top} \tag{22}$$

ここで肩の $\top$ は転置を表す．式(21) の J_2 を最小化する $\bar{\boldsymbol{u}}$ は，次式に示す一般固有値問題の最小一般固有値に対する一般固有ベクトルとして与えられる(注3)．

$$\boldsymbol{M}\bar{\boldsymbol{u}} = \mu \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}} \tag{23}$$

なお，一般固有値問題の数値解は通常の固有値問題を 2 回解くことによって得られる ([4], 問題 8.5)．したがってパラメータベクトル $\bar{\boldsymbol{u}}$ の最尤推定量 $\hat{\boldsymbol{u}}$ は，行列 $\boldsymbol{M}$ の最小一般固有値 μ_0 に対する一般固有ベクトルの内，第 2 成分が -1 のものとして与えられ，その第 1 成分がパラメータ $\bar{\alpha}$ の最尤推定量 $\hat{\alpha}$ になる．一方，最小固有値 μ_0 は残差 J_2 に対応する．以上の推定を図形的に解釈すると，これは 2 次元直交座標上に $\{\boldsymbol{m}_i\}$ で定義される点群に直線を最適に当てはめることに他ならず，$\hat{\alpha}$ はその直線の傾きである ([4], 第 7 章)．

次に式(15) または式(10) で示した仮定の妥当性の判定を残差 J_2 を用いて行うため，その確率分布を一次近似により求める．そのために，まず J_2 を真のパラメータ $\bar{\boldsymbol{u}}$ および $\bar{\boldsymbol{m}}_i$ 周りで二次関数によって近似する．パラメータベクトル $\boldsymbol{u}$ を

$$\boldsymbol{u} = \bar{\boldsymbol{u}} + \Delta\alpha \boldsymbol{e}_x, \quad \boldsymbol{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{24}$$

と表し，式(12) と共に式(21) に代入する．式(15) および

$$\frac{1}{(\bar{\boldsymbol{u}} + \Delta\alpha \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}} + \Delta\alpha \boldsymbol{e}_x)} = \frac{1}{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}})} + O^1 \tag{25}$$

を考慮すると，残差 J_2 は次式で表される．

$$J_2 = \tilde{J}_2 + O^3 \tag{26}$$

$$\tilde{J}_2 = \frac{1}{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m \bar{\boldsymbol{u}})} \sum_{i=1}^{n} \{(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\alpha \boldsymbol{e}_x)^2 + 2\Delta\alpha(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\boldsymbol{m}_i)(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i) + \Delta\alpha^2(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)\} \tag{27}$$

ただし O^k は $\Delta\alpha$ および $\Delta\boldsymbol{m}_i$ の k 次以上の項を表す．すなわち，残差 J_2 の二次近似は式(27) の $\tilde{J}_2$ となる．データ $\{\boldsymbol{m}_i\}$ が与えられたとき，$\tilde{J}_2$ の最小値を与える $\Delta\alpha$ を求めるために，$\tilde{J}_2$ を $\Delta\alpha$ に関して微分して 0 と置くと，そのような $\Delta\alpha$ は次式となる．

(注3)：これは本来 $\|\bar{\boldsymbol{u}}\| = 1$ という制約の下での結果であるが，J_2 が $\bar{\boldsymbol{u}}$ の大きさによらないことから，式(14) の場合でも成立する．

$$\Delta\alpha = -\frac{\sum_{i=1}^{n}\{(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\boldsymbol{m}_i)(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)\}}{\sum_{i=1}^{n}\{(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)^2\}} \tag{28}$$

これを式(27) に代入すると次式が得られる．

$$\tilde{J}_2 = \frac{1}{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m\bar{\boldsymbol{u}})}\left(\sum_{i=1}^{n}\{(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\boldsymbol{m}_i)^2\} - \frac{(\sum_{i=1}^{n}\{(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\boldsymbol{m}_i)(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)\})^2}{\sum_{i=1}^{n}\{(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)^2\}}\right) \tag{29}$$

上式がノイズベクトル $\{\Delta\boldsymbol{m}_i\}$ の二次関数により近似された残差である．

次の問題はノイズベクトル $\Delta\boldsymbol{m}_i$ が共分散行列 $\boldsymbol{V}_m$ の正規分布をするとき，上式の $\tilde{J}_2$ の確率分布を求めることである．ここで

$$a_i = \frac{(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\boldsymbol{m}_i)}{\sqrt{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m\bar{\boldsymbol{u}})}} \tag{30}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}\{(\bar{\boldsymbol{u}}, \Delta\boldsymbol{m}_i)(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\{(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)^2\}}\sqrt{(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m\bar{\boldsymbol{u}})}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\{(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)a_i\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\{(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)^2\}}} \tag{31}$$

と置くと，$\tilde{J}_2$ は次のように表現できる．

$$\tilde{J}_2 = \sum_{i=1}^{n}\{a_i^2\} - b^2 \tag{32}$$

式(30) の分子は $\Delta\boldsymbol{m}_i$ の成分の線形結合であるから正規分布に従い，その分散は $(\bar{\boldsymbol{u}}, \boldsymbol{V}_m\bar{\boldsymbol{u}})$ となることが分かる．したがって，a_i は標準正規分布に従う．一方式(31) の分子は a_i の線形結合であるからやはり正規分布に従い，その分散は係数の二乗和 $\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{e}_x, \bar{\boldsymbol{m}}_i)^2$ になる．すなわち，b も標準正規分布に従うことになる．したがって，$\sum_{i=1}^{n}\{a_i^2\}$ および b^2 は，それぞれ自由度 n および 1 の χ^2 分布に従うが，b は a_i の線形結合から成っているのでコクランの定理を用いると，$\tilde{J}_2$ は $n-1$ の χ^2 分布をすることが導かれる．すなわち，残差 J_2 は一次近似において $n-1$ の χ^2 分布をすることになる．

画像の差異の判定を式(15) または (10) を帰無仮説とした χ^2 検定として定式化すれば，残差 J_2 は式(23) の最小一般固有値 μ_0 で与えられるので，判定条件は以下となる．

$$\mu_0 > \chi^2_{\nu\%, n-1} \tag{33}$$

ここで危険率 ν は「画像パターンに変化が無いにも関わらず，ノイズによって変化したと判定される確率」を表している．多くの統計検定の問題では危険率 ν として 5% などが採用されるが，ここでの問題には大きすぎる．これは画像に全く変化が無くても，ノイズにより画像中の 5% の領域で変化があると誤ってしまうことを意味しているからである．判定条件の例として，比較する画像の領域を 5×5 画素の領域とし，危険率 ν を 0.01% とした場合，分布の自由度が 24 (=5×5−1) になるので，

$$\mu_0 > 58.61 = \chi^2_{0.01\%, 24} \tag{34}$$

によって差異を判定することになる．

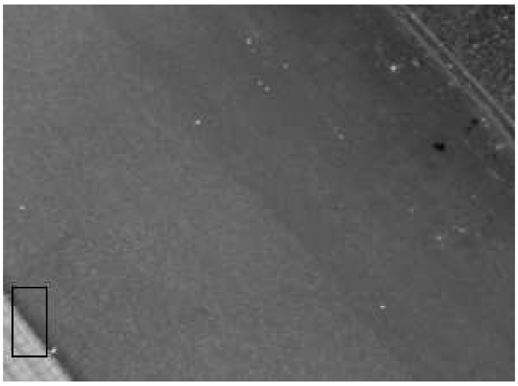

図 2　基準画像（時刻 2:58:20，枠は撮像モデルの検証に用いた領域）
Fig. 2　Reference image.

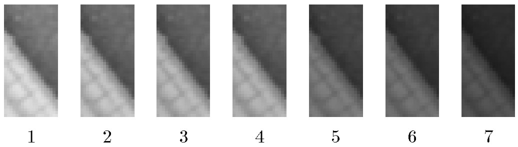

図 3　撮像モデルの検証に用いた画像
Fig. 3　Images used for the imaging model verification.

5. 撮像過程モデルの検証

本節では，式 (1) に示した撮像過程のモデルの妥当性を実験により検証し，モデルに含まれるパラメータ β の値を決定する．まず最初に実験画像の撮影方法について述べる．ここで説明する画像データは次節で述べる進入者の検出実験にも使用する．

使用したシーンは図2に示す大学のキャンパス内の道路で，人や自転車が往来する．画像は道路に隣接するビルの 4 階に設置したカメラ (SONY 製 CX-75) で撮影

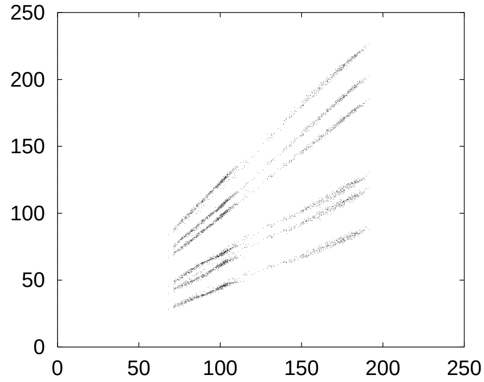

図4　画素値の線形性 (横軸: 3 番目の画像の画素値 (level), 縦軸: 1, 2, 4, 5, 6, 7 番目の画像の画素値 (level))
Fig. 4　Linearity of pixel value in different illuminations.

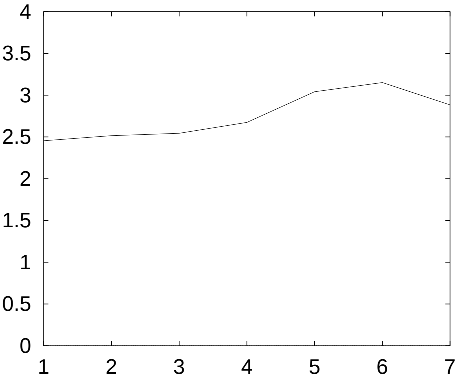

図5　撮像系ノイズの分散と画像の明るさの関係 (横軸: 平均画像の番号, 縦軸: ノイズの分散 (level^2))
Fig. 5　Variance of imaging noise vs. illuminations.

し，VHS のビデオテープに記録した．この日の天候は時折日がさすうす曇りで，撮影時刻は午後 3 時頃から 5 時頃までの約 2 時間である．雲の動きによって照明光が変化する他，日が傾くにつれ，周囲は徐々に暗くなって行く．このようにして撮影したビデオテープを再生して，必要な部分を計算機に取り込み，実験画像を得た．取り込んだ画像の例は図2の他，図6の上段にも示されている．

撮像モデルの妥当性の検証は次のように行う．背景のみが写っているシーンで，照明強度が一定していると思われる瞬間の 10 フレームを連続して取り込み，それらを平均した画像を作成する．これは画像のノイズを低減して，撮像系本来の特性を明瞭にするためである．この処理を照明強度が異なる 7 つのシーンで行い，7 枚の画像を得る．これらの画像のうち，図2の黒枠で示した領域をデータとして使用する．この領域を選んだ理由は，明るい部分と暗い部分の両方を含んでおり，画素値が広範囲に分布しているからである．図3にこの領域の画像を明るい順に並べて示した．これらの画像で，3 番目の明るさの画像とその他の画像の同一位置の画素値を (x, y) 座標としてグラフにプロットする．この結果が図4であり，横軸 (x) が 3 番目の明るさの画像の画素値，縦軸 (y) が他方の画像の画素値である．これを見ると各点とも直線上に並び，式 (1) のモデルが妥当なモデルであることを示している(注4)．

次にパラメータ β を決定する．式 (1) のモデルが正しいとすれば，図4の各直線は，α_x および α_y を x および y 座標に用いたデータの照明の強度，p を媒介変数として

$$(x, y) = (\alpha_x p + \beta, \alpha_y p + \beta) \tag{35}$$

で表される．したがって図4の各直線は $(x, y) = (\beta, \beta)$ で交わり，この交点が β の値を与えることになる．そこで図4の各点列に直線を当てはめ，その交点を計算する．まず，直線の当てはめは次のように行う．第 k 番目の直線を構成する第 i 番目の点の座標を (x_{ki}, y_{ki}) として 3 次元ベクトル $\boldsymbol{x}_{ki} = (x_{ki}\ y_{ki}\ 1)^\top$ を定義し，モーメント行列 $\boldsymbol{S}_k$ を次のように計算する．

$$\boldsymbol{S}_k = \sum_i \boldsymbol{x}_{ki} \boldsymbol{x}_{ki}^\top \tag{36}$$

このモーメント行列 $\boldsymbol{S}_k$ の最小固有値に対応する単位固有ベクトルを $s_k = (s_{xk}\ s_{yk}\ s_{zk})^\top$ とすると，各点列に当てはめられた直線は

$$x s_{xk} + y s_{yk} + s_{zk} = 0 \tag{37}$$

で表される．次に，これらの直線の交点を求めるには，各直線に対応する単位固有ベクトル s_k を用いて，これらのモーメント行列

$$\boldsymbol{T} = \sum_k s_k s_k^\top \tag{38}$$

を計算し，その最小固有値に対応する単位固有ベクトル $\boldsymbol{t} = (t_x\ t_y\ t_z)^\top$ を計算する．この単位固有ベクトルを

(注4): 正確には，この結果は式 (3) の f が，g, h を関数として $f(p; \alpha) = g(p)h(\alpha)$ と書けることを意味しているが，$g(p)$, $h(\alpha)$ をそれぞれ p, α と改めて定義すれば，このように結論して問題はない．

用いて，各直線の交点は $(x, y) = (t_x/t_z, t_y/t_z)$ として与えられる．図4のデータを用いてこの交点を計算すると，その座標は $(-5.747, -4.334)$ になる．先に述べた通り，本来交点の x, y 座標は同一の値 β であるので，これらの平均により β を決定すると

$$\beta = (-5.75 - 4.33)/2 = -5.04 \tag{39}$$

となる．なお，以上の直線の当てはめとその交点の計算は，本来はそれに含まれる誤差を適切に考慮して精度良く計算すること [6] が望ましいが，ここで必要とする精度に対しては上記の単純な手法でも十分である．

さて，提案の手法によって画像の比較を行うには式(13) に示した共分散行列 $\boldsymbol{V}_m$ が必要であり，そのためには撮像系のノイズの分散を計測する必要がある．ここで用いた各画像は，同一照明環境下で取り込んだ 10 枚の画像を平均したものであるが，この平均画像と元の画像との差をとって撮像系のノイズを抽出し，その分散を計算する．図5に画像の明るさ別に計算した分散の値を示す．これを見ると，画像が暗くなるにしたがって増える傾向はあるものの，大きな変動ではない．そこで全ての明るさでの値を平均した値

$$\sigma^2 = 2.75 \tag{40}$$

を撮像系ノイズの分散 σ^2 として用いる．

6. 画像の差異の判定実験

本手法の一つの応用例として進入者検出処理を想定し，前節で述べたキャンパスのシーンを用いて画像の差異の判定実験を行った．撮影したビデオテープ全体から歩行者や自転車が通行しているシーンをいくつか選び，計算機に取り込む．図6の上段に取り込んだ画像を示す．画像の下の数字はビデオデッキの時間表示から逆算した撮影時刻である．これらの画像と比較する基準画像として図2に示した平均画像を用いる．この画像を撮影した時刻は 2:58:20 で，図6の最初の画像を取り込みむ直前である．これらの画像の各画素を中心とする 5×5 画素の領域を設定し，その中の画素値 q を式(2) および (39) を用いて p' に変換した後，式(22) のモーメント行列 $\boldsymbol{M}$ を計算して式(23) の一般固有値問題を解き，その最小固有値 μ_0 と式(34) の条件により画像の差異を判定する．この際，式(13) のノイズの共分散行列 $\boldsymbol{V}_m$ は，σ''^2 に関しては式(40) の σ^2 の値を用いるが，σ'^2 に関しては基準画像が 10 枚の画像の平均であることから，σ^2 を $9(= 10 - 1)$ で割った値を用いる．結果を図6の中・下段に示す．中段が $\log \mu_0$ の値を画素値とした画像，下段が式(34) の条件により差異があると判定された部分である．なお μ_0 の表示において対数を取ったのは，値の範囲が大きいため，通常の表示では値の分布が適切に確認できないからである．これらの結果から次のことが観察される．

（１） 全体的知見としては，単一の背景画像を用いた処理で，約 2 時間にわたって進入者に安定して反応することが確認できる．

（２） 背景を撮影した直後の画像 (画像 (1)) 以外で，差異があると判定された点状の部分があるが，これは主に路上に落ちた枯葉の移動によって生じたものである．

（３） 画像 (4) のシーンでは，日差しにより建物と人物の影が生じており，その境界部分では照明一定の条件が崩れるため μ_0 の値が大きくなっている．

（４） 画像 (7) および (8) のシーンは薄暮であり，画像のコントラストが低くなっているため，進入者領域での μ_0 の値は他のシーンに較べると小さくなっているが，画像の差異は検出されている．

（５） 進入者の内側の領域で差異がないと判定さている部分があるが，これは，その領域では背景画像と入力画像の両者にテクスチャが無く，画像パターンとしては差異を生じないためである．

以上の結果を，実用的な進入者検出処理を構成するという視点からみた場合，背景のパターン自体が変わってしまう問題 (上記項目 (2)) や影の問題 (上記項目 (3)) などに対する対策が必要となる．そのためには通常の背景差分法や従来提案されてきた他の手法との連携が必要になるが，その場合に，本手法の「通常の照明光の変動に対しては長時間に渡って安定した動作をする」という特徴は，従来法では得がたい情報を提供すると考えられる．また，本手法は「何を計算しているのかが明解であり，ある条件に対してどのような動作をするかが予測できる」という特徴を持っている．この特徴は，様々な処理を組み合わせて一つの処理を構築する場合に，大きな利点となる．

7. む す び

本論文では，コンピュータビジョンにおける不変量の利用のされ方の考察から，データがノイズを含む場合には，問題が変換を規定するパラメータの統計推定問題と見なせることを指摘し，この考えに基づいて照明に不変な画像差分処理を提案した．実験により，提案手法で仮定した撮像系のモデルが正しいことを検証し，進入者検

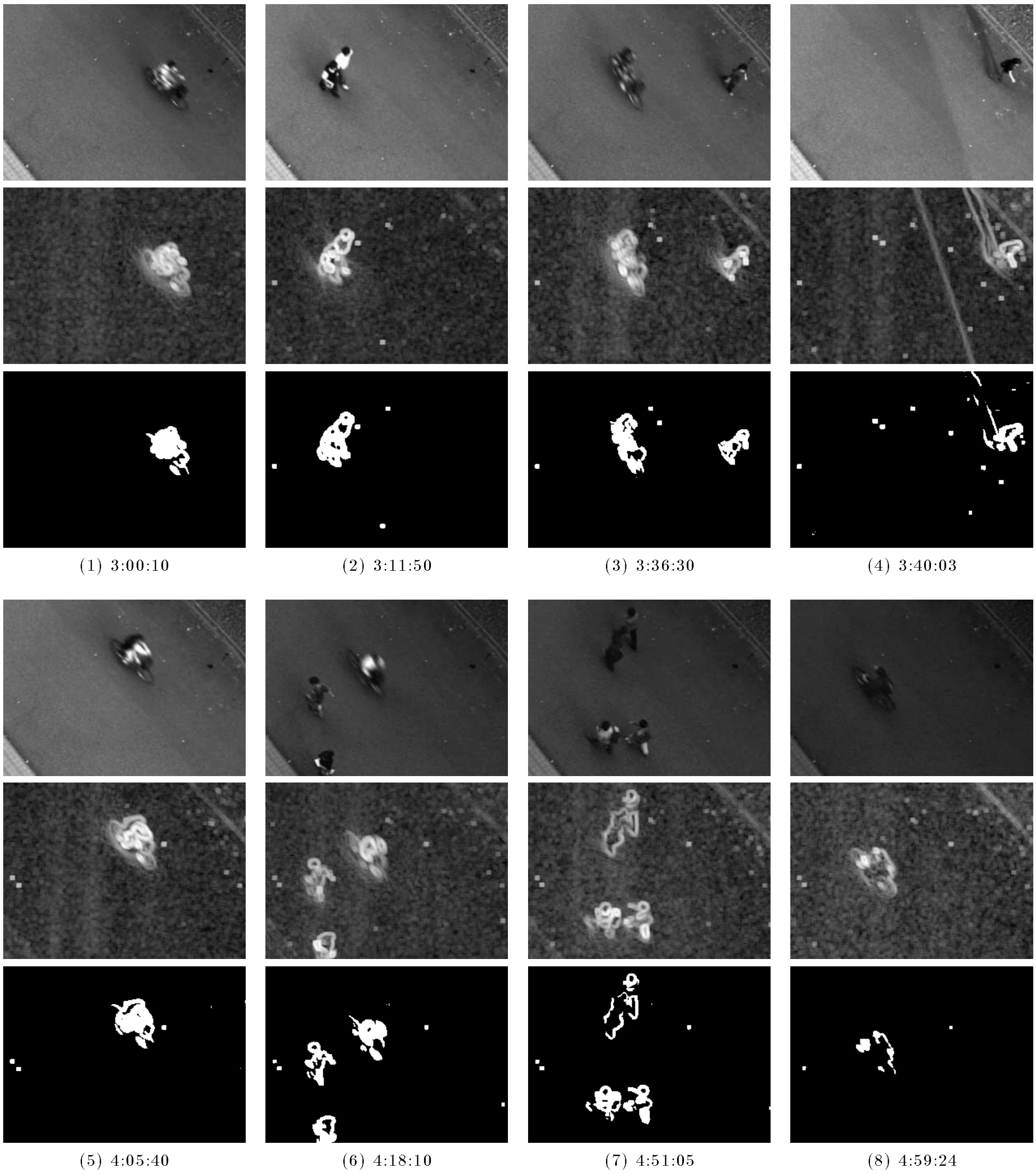

図 6　画像の差異の判定結果（上から原画像, $\log \mu_0$ を画素値とする画像, 差異があると判定された部分 画像の下の数字は撮影時刻）

Fig. 6　Results of image difference detection. From top to bottom, original images, images with pixel value of $\log \mu_0$, detected image difference.

出を想定した画像を使用して，本手法が実際的な画像に対して理論で期待される通りの動作をすることを示した．

提案手法を背景差分の一手法として見た場合，その位置づけは，エッジによる背景差分法の一般化である．その一般化の過程において，照明と撮像系のモデルを陽に

定義し，画像の差異の判定は統計理論を基礎に置いた．このことは，実験によらずとも本手法の挙動が予測できるという利点を生んでいる．たとえば，判定のためのしきい値は実験のみによって決定されることが往々にしてある．しかし，本手法でのしきい値は画像に含まれるノイズの大きさから自動的に見積もられ，ノイズ大きさが2倍になった場合には(等価的な)しきい値を4倍にすれば良いことが予測できる．もちろん，実際には実験による調整が必要となることは否めないが，基本的にであるにせよ，このような予測が可能であることは，画像処理機器を設計する上で重要なことと考えられる．なお、本手法のプログラムは我々の研究室のホームページ(注5)で公開されている。

謝辞　本研究を進めるに当たり，終始適切な助言を頂いた群馬大学 工学部 情報工学科 金谷健一教授に感謝する．

文　献

[1] 橋爪千枝, V.V. Vinod, 村瀬洋, “照明光の変動にロバストな色画像中の物体抽出,” 信学技報, PRMU 97-125, pp.33–40, Jan. 1997.

[2] 伊藤渡, 山田浩正, 上田博唯, 千葉隆広, “映像監視システムにおける差分用背景画像の照度変化追従特性向上の検討,” 情処学研報, CVIM 98-112-1, pp.1–7, Sep. 1998.

[3] K. Kanatani, “Group-Theoretical Methods in Image Understanding,” Springer-Verlag, 1990.

[4] 金谷健一, “空間データの数理 — 3次元コンピューティングに向けて —,” 朝倉書店, 1995.

[5] K. Kanatani, “Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice,” Elsevier Science, 1996.

[6] Y. Kanazawa and K. Kanatani, “Optimal Line Fitting and Reliability Evaluation,” IEICE Trans. Info. & Sys., vol. E79-D, no. 9, pp.1317–1322, Sep. 1996.

[7] 杉本晃宏, “CVCV-WG 特別報告: コンピュータビジョンにおける技術評論と将来展望 (II) — ビジョンにおける不変量とその応用 —,” 情処学研報, CV 93-3, pp.19–34, March 1995.

[8] 高橋政雄, 北村忠明, 小林芳樹, “空間微分および差分処理を用いた車両抽出法,” 信学論 (D-II), vol. J80-D-II, no. 11, pp.2976–2958, Nov. 1997.

[9] 谷口博康, 関明伸, 古澤春樹, 黒田伸一, 池端重樹, “時空間画像を用いた動画像処理手法の提案 —DDT 法,” 信学論 (D-II), vol. J77-D-II, no. 10, pp.2019–2026, Oct. 1994.

[10] 渡辺信太郎, 宮島耕治, 武川直樹, “撮影時期の異なる航空写真からの建造物の変化抽出手法,” 信学技報, PRMU 97-124, pp.25–32, Oct. 1997.

（平成10年12月11日受付）

（注5）: http://www.ail.cs.gunma-u.ac.jp/Labo/research.html

太田　直哉　（正員）

1983 東京農工大・工・応物卒．1985 東工大大学院修士課程了．博士 (工学)．1987 日本電気 (株) 入社．情報メディア研究所に在籍．1994 群馬大学工学部情報工学科助手．1998 同助教授．1991 ~ 1992 米国 MIT メディアラボ客員研究員．1998 豪州アデレード大学客員研究員．コンピュータビジョン，パターン認識の研究に従事．情報処理学会，IEEE コンピュータソサエティ 各会員